

## §1. 序文

2000年6月の建築基準法の改正により、地盤特性を考慮に入れた建築物の設計を行うことが直接要請されるようになった。構造物と地盤との動的相互作用に関する従来の研究では、主として、変形や力に関するが多く、地震による入力エネルギーを論じた研究は少ない<sup>1), 2)</sup>。

本研究では、構造物と地盤の動的相互作用を考慮したモデルとして、スウェイ・ロッキングモデル(SRモデル)を用い、地盤剛性及び減衰の評価や、kinematic interactionの効果の表現には cone モデル<sup>3)</sup>を用いる。

本研究の目的は以下の通りである。

- 構造物と地盤との動的相互作用を考慮した上で入力エネルギーを定義する方法を提案すること。また、入力地震動の有する振動数特性の不確定性を考慮した入力エネルギーの評価法を提案すること。
- 設計用応答スペクトルに対する剛性設計と地震入力エネルギーとの関係を明らかにすること。

本研究の特色としては次の点が挙げられる。

- 入力エネルギーを振動数領域で評価することにより、構造物と地盤との動的相互作用を考慮して入力エネルギーを定義することが容易となる。
- 構造物や系に入力されるエネルギーの上限値を、入力地震動の振動数特性の不確定性を考慮して求めることができる。
- 地表面に投入される地震エネルギーの量を波動エネルギーの観点から物理現象論的に捉える。
- 逆問題型の設計法を展開することで効率的に剛性設計を行うことが可能であり、設計された構造物に対する地震入力エネルギーの評価を比較的容易に行うことができる。

## §2. Cone モデル

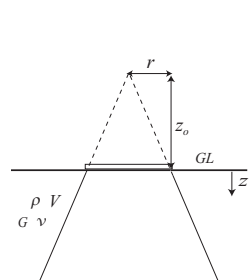


Fig. 2-1. cone モデル

Cone モデルでは地盤に作用する主要な力は円錐台でのみ支持されていると考える。ここでは地表面上に存在する埋め込みのない円形基礎板のスウェイ、ロッキングに対する移動剛性を求める。基礎の埋め込みによる kinematic interaction の効果の表現も可能である。

## §3. 地震入力エネルギー

### 3.1. 地震入力エネルギー

全体系に入力されるエネルギーは、上部構造物と基礎に作用する慣性力が対応する変位に対して為す仕事の総和である (Fig.3-1)。振動数領域の表現を用いて表すと次

式になる。

$$E_I^A = \int_{-\infty}^{\infty} F_A(\omega) |A(\omega)|^2 d\omega \quad (3-1)$$

ここで、 $A(\omega) = \ddot{U}_g(\omega)$  (自由地表面加速度のフーリエ変換) であり、 $F_A(\omega)$  はエネルギー伝達関数と呼ばれる関数で、この全体系に固有の関数である。

地震入力エネルギーはエネルギー伝達関数とフーリエ振幅スペクトルの2乗との積の振動数領域積分で表現される。エネルギー伝達関数は構造物・地盤系によって決定される関数であり、この振動数領域での表現を用いることにより、地震入力エネルギーを構造物と外乱とに分離して取扱うことが可能である。

上部構造物の最下部で仮定の切断面を考え、上部構造質点に作用する慣性力がこの仮定切断面に作用する力と釣り合うと考えることで構造物に入力される地震入力エネルギーを求めることができる (Fig.3-2)。

$$E_I^S = \int_{-\infty}^{\infty} F_S(\omega) |A(\omega)|^2 d\omega \quad (3-2)$$

ここで  $F_S(\omega)$  を構造物のエネルギー伝達関数と呼ぶ。

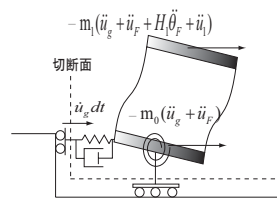


Fig. 3-1. 全体系

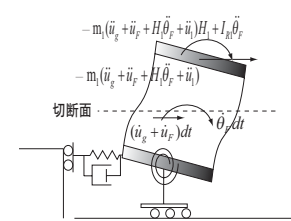


Fig. 3-2. 上部構造物系

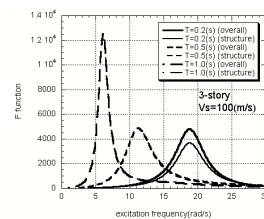


Fig. 3-3. エネルギー伝達関数

Fig.3-3 に基礎固定時の一次固有周期が 0.2, 0.5, 1.0(s) である 3 層構造物及び全体系のエネルギー伝達関数  $F_S(\omega)$ ,  $F_A(\omega)$  を示す。地盤モデルは cone モデルによる半無限地盤モデルを用いており、地盤のせん断波速度は  $V_s = 100(m/s)$  である。

### 3.2. 極限外乱問題

本研究では、自由地表面加速度  $\ddot{u}_g(t) = a(t)$  に制約を課した上で、全体系、または、構造物への入力エネルギーの上限値を求める。自由地表面加速度には次のような 2 つの制約を課す。

1. 2 乗積分値 (Arias Insensity の比例倍)

$$\int_{-\infty}^{\infty} a(t)^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |A(\omega)|^2 d\omega = \bar{C} \quad (3-3)$$

2. フーリエ振幅スペクトルの上限

$$|A(\omega)| \leq \bar{A} \quad (3-4)$$

極限外乱問題は次のように述べられる。

[極限外乱問題 A]

(3-3) と (3-4) の制約を満たした上で、SR モデル全体への地震入力エネルギーを最大にする自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル  $|A(\omega)|$  を求めよ。

[極限外乱問題 S]

(3-3) と (3-4) の制約を満たした上で、構造物への地震入力エネルギーを最大にする自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル  $|A(\omega)|$  を求めよ。

### 3.3. 極限外乱問題の解法

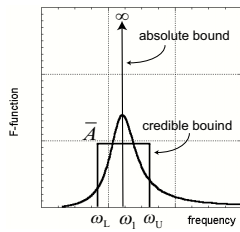


Fig. 3.4. 解法の考え方

前節の2つの問題に対する解法は以下の通りである。

$\bar{A} \rightarrow \infty$  であれば、求める関数はエネルギー伝達関数が最大となる点での Dirac のデルタ関数となる。 $\bar{A}$  が有限の値をとる場合には、最大値  $\bar{A}$  を有する矩形関数となる。

地震動は不確定なものであり、その不確定性を表現

するモデルを考える必要がある。ここでは振動数特性が不確定なものとする。

$\bar{A} \rightarrow \infty$  の場合は、 $F_A(\omega), F_S(\omega)$  が近似的に  $\omega = \omega_1$  (連成系の非減衰一次固有円振動数) で最大値をとるという仮定と、入力エネルギーがエネルギー伝達関数とフーリエ振幅スペクトルの2乗の積で与えられることから、 $\omega_1$  の振動数をもつ外乱が最大の入力エネルギーを与えると考えられる。系全体に入力されるエネルギーの absolute bound、上部構造物に入力されるエネルギーの absolute bound をそれぞれ  $E_I^{Aabs}, E_I^{Sabs}$  とする。(3.1),(3.2) に (3.3) を代入することにより、 $E_I^{Aabs}, E_I^{Sabs}$  は近似的に次式で与えられる。

$$E_I^{Aabs} = \pi \bar{C} F_A(\omega_1) \quad (3.5a)$$

$$E_I^{Sabs} = \pi \bar{C} F_S(\omega_1) \quad (3.5b)$$

$\bar{A}$  が有限である場合に対する地震入力エネルギーの上限値 (credible bound; 起こり得る上限) も先の場合と同様に考えることができる。つまり、振動数の平均値が系の非減衰一次固有円振動数と一致する矩形振幅スペクトル外乱が最大の入力エネルギーを与えると考えられる。系全体に入力されるエネルギーの credible bound、上部構造物に入力されるエネルギーの credible bound をそれぞれ  $E_I^{Acred}, E_I^{Scred}$  とすると、それらは次式で与えられる。

$$E_I^{Acred} = \bar{A}^2 \int_{\omega_L}^{\omega_U} F_A(\omega) d\omega \quad (3.6a)$$

$$E_I^{Scred} = \bar{A}^2 \int_{\omega_L}^{\omega_U} F_S(\omega) d\omega \quad (3.6b)$$

ここで、

$$\omega_U - \omega_L = \Delta\omega, \quad (\omega_U + \omega_L)/2 = \omega_1 \quad (3.7)$$

### 3.4. フーリエ振幅スペクトル

Table.3.1 に、数値計算に用いた El Centro NS 1940、Kobe Univ. NS 1995 の2波の特性値を示す。 $\bar{A}$  の設定については現時点では確かな情報が得られていない。ここでは記録地震動のフーリエ振幅スペクトルの最大値を仮の値として用いている。(地震動の継続時間とフーリエ振幅スペクトルの最大値の関係は次節にて述べる。)

	$\bar{A}(m/s)$	$\bar{C}(m^2/s^2)$	$\Delta\omega(rad/s)$
El Centro NS 1940	2.91	11.4	4.21
Kobe Univ. NS 1995	3.06	7.59	2.55

Table 3.1. 対象とする記録地震波とその特性

Fig.3.5,3.6 に対象とする地震波のフーリエ振幅スペクトルを示す。El Centro NS 1940 はどの振動数領域にもスペクトルがに分布している地震波であり、KBU NS 1995 は  $\omega = 5(rad/s)(T = 1.2(s))$  において卓越振動数をもつ地震波である。

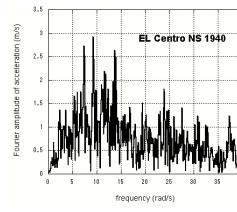


Fig. 3.5. El Centro NS 1940

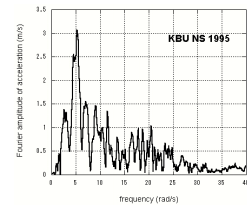


Fig. 3.6. KBU NS 1995

### 3.5. フーリエ振幅スペクトルの最大値

Fig.3.7~3.10 に、継続時間が5秒と20秒のサイン波としての加速度波  $y = \sin(6.28t)$  をフーリエ変換した結果 (虚部) を示す。2つの波には、2乗時間積分値に制約が設けてある。この制約により、継続時間が4倍になれば振幅は1/2となる。

継続時間が長くなるほどフーリエ振幅の最大値が大きくなるのが分かる。absolute bound で考えた外乱は継続時間が無限大のサイン波であり、credible bound で考えた外乱は有限の継続時間を持ち、ある幅の周波数帯を持った波の集まりであることが分かる。

$\bar{A}$  は、地震動の主要動の継続時間に影響され、その上限値から  $\bar{A}$  の上限値を推定することも可能である。

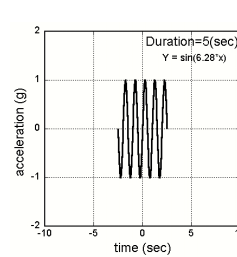


Fig. 3.7. 継続時間 5(s)

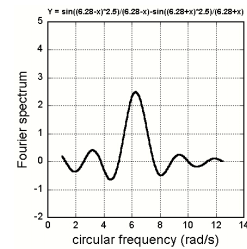


Fig. 3.8. 継続時間 5(s), フーリエ変換

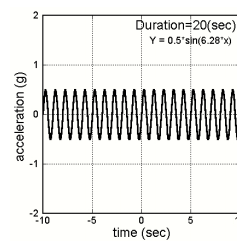


Fig. 3.9. 継続時間 20(s)

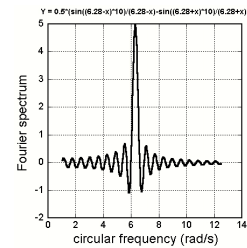


Fig. 3.10. 継続時間 20(s), フーリエ変換

### 3.6. 計算例

基礎固定時に逆三角形の一次固有モードを有する3層の構造物を扱う。Fig.3.11~3.14 に、SR モデル全体に入力されるエネルギー、及び、構造物のみに入力されるエネルギーを、El Centro NS 1940、KBU NS 1995 の2波について計算した結果を示す。

構造物の減衰定数は5%とする。地盤モデルとしては cone モデルにおける半無限地盤モデルを用いている。地盤については  $V_s = 50, 100, 200(m/s)$  の3種類のせん断波速度を用いた。ここで、 $V_s = 50(m/s)$  と小さなせん断波速度を考えているのは、地盤のひずみレベル依存性を

考慮した等価せん断波速度を想定しているからである。横軸には上部構造物の一次固有周期を用いている。

卓越周期の認められる KBU NS 1995 では、その位置で実際の入力エネルギーと上限値 (特に credible bound) が近い値を示す様子が見られる。

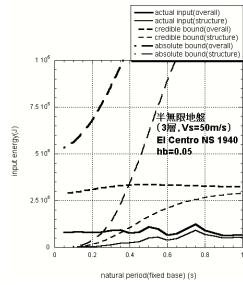


Fig. 3-11. El Centro,  $V_s = 50m/s$

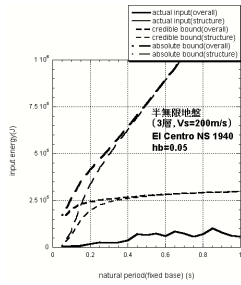


Fig. 3-12. El Centro,  $V_s = 200m/s$

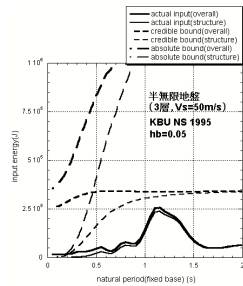


Fig. 3-13. KBU,  $V_s = 50m/s$

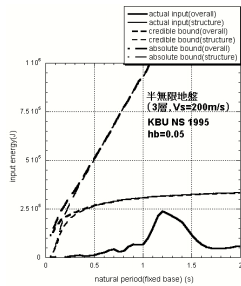


Fig. 3-14. KBU,  $V_s = 200m/s$

#### §4. 基礎の埋め込みが存在する場合の地震入力エネルギー

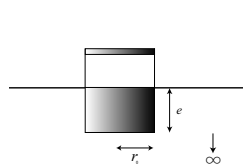


Fig. 4-1. 基礎の埋め込み

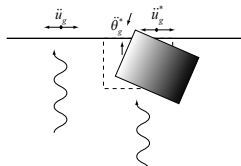


Fig. 4-2. Kinematic interaction

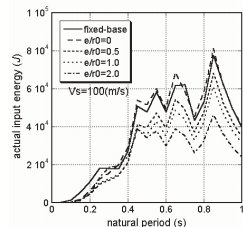


Fig. 4-3. 基礎の埋め込みが存在する場合の地震入力エネルギー

基礎の埋め込みが存在しない場合には、鉛直下方からの入力に対して、自由地表面上の地動加速度  $\ddot{u}_g$  と同じ加速度が基礎にも生じてる。埋め込みが存在する場合には、埋め込まれた基礎の拘束効果により、地動加速度とは異なる加速度  $\ddot{u}_g^*$ ,  $\ddot{\theta}_g^*$  が基礎に生じることとなる。この効果を kinematic interaction と呼ぶ。

Fig. 4-2 に基礎固定モデルと埋め込み深さを変化させた場合の El Centro NS 1940 による構造物への地震入力エネルギーの比較を示す。埋

め込み深さが深くなるほど、地震入力エネルギーが小さくなること分かる。

#### §5. 逆問題型剛性設計

前節までは極限外乱問題について述べたが、以下ではそれとは関係なく、入力地震動が設計用応答スペクトルで表現される場合の剛性設計および地震入力エネルギーについて述べる。

層間変形角を指定した逆問題型の設計法を展開する。地震時最大層間変位の評価には応答スペクトル法を用いる。

##### 5.1. 設計用変位応答スペクトル

設計に用いる変位応答スペクトル  $S_D$  は、Newmark-Hall による簡略化された設計用変位応答スペクトル<sup>4)</sup>を用いる。

本研究では、高層建物や免震建物に用いられるレベル 1 の地震動を対象としている。

##### 5.2. 逆問題型の設計法

1 次固有円振動数  $\omega_1$  と逆三角形型の一次固有モードを持つせん断型構造物の逆問題型の剛性設計問題を考える。各層の剛性が次の様に求められる。

$$k_j = \frac{\omega_1}{\beta_j} \sum_{i=j}^f m_j (U_F^* + \Theta_F^* H_i + \sum_{r=1}^i \beta_r) \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (5.1)$$

各層の層間変位の最大値  $\delta_{j,max}$  は、SRSS 法により評価する。

本研究では低層構造物の剛性設計を考えるが、これらの構造物では一次モードが支配的となる<sup>6)</sup>。逆三角形型の一次モードを考え、 $\delta_{j,max}$  は次のように表すことができる。

$$\delta_{j,max} = S_D \gamma_1 \mu \beta_j \quad (5.2)$$

(5.2) から最大層間変位 連成系 1 次固有周期関係を得ることができる。

設計条件である最大層間変形角が指定値となるときの一 次固有周期を (5.2) より見出すことで、(5.1) から設計解を得ることができる。

##### 5.3. 剛性設計例

層間変形角を 1/400 と指定した剛性設計の結果を示す。設計条件として、各層の床質量は  $30 \times 10^3 (kg)$ 、床の回転慣性を  $1.6 \times 10^5 (kg \cdot m^2)$ 、スパンを 8(m)、階高を 3.5(m) とする。また、基礎については、重量を  $90 \times 10^3 (kg)$ 、床の回転慣性を  $4.8 \times 10^5 (kg \cdot m^2)$  とする。

地盤の密度とポアソン比は、それぞれ、 $\rho = 1.8 (kg/m^3)$ ,  $\nu = 0.45$  とする。地盤のせん断波速度については  $V_s = 50, 100, 200 (m/s)$  の 3 種類を考える。

以下、3 層、6 層のモデルについての結果を示す。

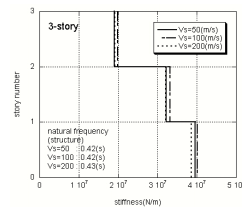


Fig. 5-1. 設計結果 (3 層)

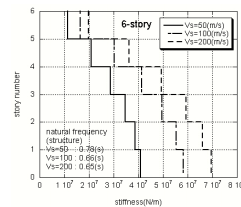


Fig. 5-2. 設計結果 (6 層)

6 層の場合について考察すると、地盤が軟らかくなる

程、上部構造物も軟らかく設計されている。地盤が軟弱なほど、免震的な効果により地盤が大きく変形することで上部構造物の変形が低減されるためであると考えられる。3層の場合、全体の一次固有周期に差は見られたが、構造物の一次固有周期に差は見られなかった。

本研究では地盤にかかわらず、同一の変位応答スペクトルを地表面において設定している。表層地盤による地震動の増幅を考慮に入れると、異なった結果が得られることも考えられる。

## §6. 剛性設計された構造物への地震入力エネルギー評価

### 6.1. 変位応答スペクトルとフーリエ振幅スペクトル

上部構造物の減衰定数を  $h = 0$  とした時の変位応答スペクトルと、一般の減衰定数における変位応答スペクトルとの間には次の関係が存在するものとする<sup>5)</sup>。

$$S_D(T; h) = S_D(T; 0) R(h) \quad (6.1)$$

ここで、 $T$  は構造物の一次固有周期であり、 $R(h)$  は次式によって与えられる。

$$R(h) = \sqrt{\frac{1 - \exp(-4\pi h \tau)}{4\pi h \tau} \{0.424 + \ln(4\pi h \tau + 1.78)\}} \quad (6.2a)$$

$$\tau = \frac{t_d}{T} \quad t_d: \text{地震継続時間} \quad (6.2b)$$

変位応答スペクトルと速度応答スペクトルとの間には次の関係が成立するものとする。

$$S_V = \omega_1 S_D \quad (6.3)$$

ここで、 $\omega_1$  は構造物の固有円振動数である。

減衰定数  $h = 0$  に対する速度応答スペクトルとフーリエ振幅スペクトルとの間には対応関係が存在する。この関係を (6.1) に代入すると、減衰定数  $h = 0$  に対する速度応答スペクトルと、減衰定数  $h = h$  に対する変位応答スペクトルとの関係が次のように得られる。

$$S_V(T; 0) = \frac{2\pi}{T} \frac{S_D(T; h)}{R(h)} \quad (6.4)$$

上式により、設計に用いた変位応答スペクトルをフーリエ振幅スペクトルへと変換することができる。

### 6.2. 剛性設計された構造物に対する入力エネルギー評価

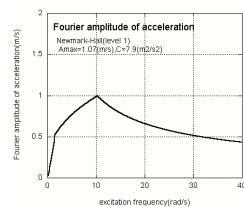


Fig. 6.1. 入力エネルギー評価に用いたフーリエ振幅スペクトル

Fig.6.1 に、設計に用いた変位応答スペクトルから変換した入力地震動のフーリエ振幅スペクトルを示す。

ここで得られている地震入力エネルギーは、構造物を弾性と考えることから、構造物の減衰で消費されるエネルギーである。つまり、ここで扱っている地震入力エネルギーは、制震構造物の場合のダンパーに要求される性能の指標の一つとして用いることができる。

同じせん断波速度の地盤において、層数の変化による単位質量当りの地震入力エネルギーに注目した場合、特徴的な事柄を見出すことは困難である。

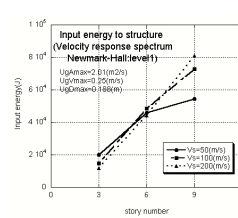


Fig. 6.2. 設計された構造物に対する地震入力エネルギー

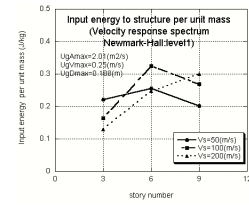


Fig. 6.3. 設計された構造物に対する地震入力エネルギー (単位質量当り)

## §7. 結論

本研究において、以下の成果を得た。

1. 上部構造物 - 地盤連成系と構造物の両者に入力される地震エネルギーを振動数領域で評価する方法を提案し、地震入力エネルギーは、入力側と構造物側とに分離して扱うことが可能である事を示した。
2. 入力時振動の不確定性を考慮するために、フーリエ振幅スペクトルに制約が設けられ、全体システムと構造物に入力されるエネルギーのいずれかを評価関数とする極限地震動問題の定式化を行い、その解法を見出した。
3. この極限問題を解くことにより、入力エネルギーの上限値が得られることを示した。
4. El Centro NS 1940 と KBU NS 1995 の 2 波について地震入力エネルギー、及び、その上限値を求め、卓越周期を有する地震動では、その位置で実際に入力エネルギーは上限値に近接することを示した。すなわち、この近接性は地震動の有する極限性を表現する指標の一つとみなすことが可能である。
5. 剛性設計に用いた変位応答スペクトルを、フーリエ振幅スペクトルに変換することにより、剛性設計された上部構造物への地震入力エネルギーが比較的容易に評価できることを示した。

## §8. 今後の課題

基礎の埋め込みの効果を考慮に入れた場合の地震入力エネルギー、及び、その上限値の算定を行うこと。表層地盤の増幅の効果を考慮に入れることが今後の課題である。

## References

- 1) Trifunac, M.D., Hao, T.Y., and Todorovska, M.I. (2001). "On energy flow in earthquake response." Report CE 01-03, July 2001, Univ. of Southern Calif.
- 2) 楊 志勇, 秋山 宏, エネルギーの授受に基づく相互作用の効果に対する評価, 日本建築学会構造系論文集, 536, 36-45, 2000 年 10 月
- 3) Wolf, J.P. (1994). "Foundation vibration analysis using simple physical models." Prentice-Hall.
- 4) N.M. Newmark and W.J. Hall, "Earthquake spectra and Design" EERI, 1982
- 5) Rosenblueth E, Bustamante JI, "Distribution of structural response to earthquakes". J. Engng Mech, ASCE 1962;88 (EM3):75-106
- 6) 堀 信一郎, "上部 1 自由度置換を用いた建築構造物地盤連成系の剛性設計と地震入力エネルギー評価" 京都大学卒業論文, 2004, 2