

# 構造物 杭 地盤連成系への地震エネルギー入力メカニズム

M2 大淵 邦之  
 指導教官 竹脇 出 教授  
 同 上谷 宏二 教授

## 1 序

構造物と地盤の動的相互作用に関するこれまでの研究は、主として変形や力に関するものが多く、地震入力エネルギーを論じた研究は数少ない。その原因としては、両者の動的相互作用を考慮した場合には挙動が複雑となり、入力エネルギーを定義することが容易ではなかったことや、地震動の有する不確定性と地盤物性等の不確定性が相俟って、基礎固定モデルに比べて評価のばらつきが大きいこと等が挙げられる。また、地盤を同時に扱う場合には、エネルギー入力を考える系をどのようにするかという問題も存在する。

本研究では、構造物 杭 地盤連成系モデルを取り上げ、このモデルに入力される地震エネルギーを明らかにする。特に、地盤まで含めた全体システムに入力されるエネルギーと、構造物に入力されるエネルギーの関係について論じる<sup>1,2)</sup>。これまでに、構造物に入力される地震エネルギーに関する研究は数多く行われ、多くの成果が得られている(例えば1-3)。本論文は、文献2,3)で提案された方法を構造物 杭 地盤連成系モデルに拡張し、そのような表層地盤による増幅効果を含む相互作用系に入力される地震エネルギーの取り扱い方やそのメカニズムについて論じた研究である。

## 2 Winkler 型ばねを用いた構造物 杭 地盤連成系モデル

本論文では、図1に示すような水平境界を有する層状地盤内に杭が存在する場合を対象とする。ここでは1本の杭に関する定式化を行う。上部構造物はせん断型構造物モデルとして扱い、杭頭は回転が拘束されているものとする。基礎のロッキングは考慮しない。動的Winkler型ばねの剛性は杭頭拘束に対応する値(地盤のヤング係数の1.2倍)を用い<sup>4,5)</sup>、減衰係数は水平方向への逸散減衰(1次元波動伝播理論とのアナロジーにより評価)と履歴減衰の和で表現する<sup>5)</sup>。従って、減衰係数は振動数依存型となる。

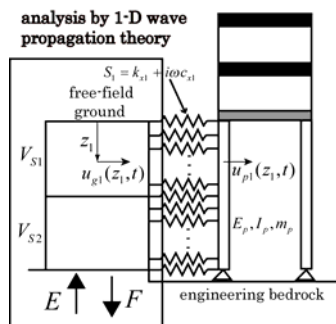


図1 構造物 杭 地盤連成系モデル

上部構造物は2質点モデルとする。これは、ここでは比較的長周期のモデルを扱うため、2次モードの影響も考慮した取り扱いとするためである。剛性分布は、基礎固定時の1次固有モードが逆三角形となるよう設定する。剛性の大きさは、基礎固定時の1次固有周期を種々変化させることにより変動させる。本モデルの定式化は文献6)に示されている。

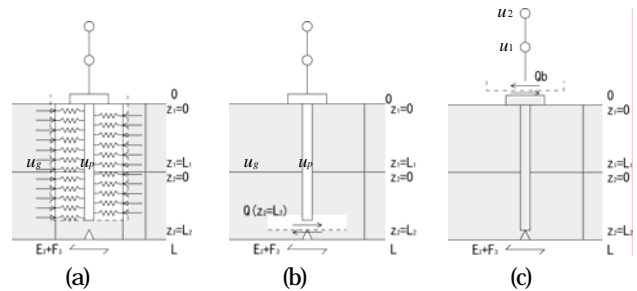


図2 自由体と作用する力

## 3 解放工学的基盤面水平加速度入力を受ける構造物 杭 地盤連成系への入力エネルギー

前節で定義された構造物 杭 地盤連成系が、解放工学的基盤面水平加速度入力  $\ddot{u}_g(t) = a(t)$  を受ける場合を考える。ここでは、簡潔明快な提示のため、表層地盤は2層とし、上部構造物は2質点とする。解放工学的基盤面水平加速度のフーリエ変換を  $A(\omega)$  で表し、それに対する1,2層自由地盤変位(フーリエ変換  $U_{g1}(z_1, \omega)$ ,  $U_{g2}(z_2, \omega)$ )の伝達関数を次式で定義する。  

$$H_{g1}(z_1, \omega) = U_{g1}(z_1, \omega) / A(\omega), H_{g2}(z_2, \omega) = U_{g2}(z_2, \omega) / A(\omega)$$
 (1a, b)

これらは、文献6)で示した1次元重複反射理論により求められる。同様に、 $A(\omega)$  に対する1,2層杭変位(フーリエ変換  $U_{p1}(z_1, \omega)$ ,  $U_{p2}(z_2, \omega)$ )の伝達関数を次式で定義する。  

$$H_{p1}(z_1, \omega) = U_{p1}(z_1, \omega) / A(\omega), H_{p2}(z_2, \omega) = U_{p2}(z_2, \omega) / A(\omega)$$
 (2a, b)

これらは、文献6)で示した連立方程式を解くことにより求められる。(1),(2)式の伝達関数は、解放工学的基盤面水平加速度に対する伝達関数であり、文献6)で示されている水平変位に対する伝達関数とは異なる。すなわち、文献6)の伝達関数を  $(-\omega^2)$  で除した関数に相当する。

図2(a), (b)のような自由体を考え、地盤側方および杭先端に作用する力が対応する変位に対して為す仕事を、構造物 杭 地盤連成系への入力エネルギーと定義する。この入力エネルギーは、時間領域では次のように表現される。

$$E_I^A = \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_i} \int_{-\infty}^{\infty} \{k_{xi}(u_{gi} - u_{pi}) + c_{xi}(\dot{u}_{gi} - \dot{u}_{pi})\} \dot{u}_{gi} dt dz_i + \int_{-\infty}^{\infty} \{-E_p I_p u_{p2}''''(L_2)\} \dot{u}_{p2}(L_2) dt \quad (3)$$

(3)式の右辺の第1項が地盤側方からの入力エネルギーを示し、第2項が杭先端からの入力エネルギーを示している。 $L_i$ は第*i*層地盤の層厚を表す。自由地盤と杭の変位について逆フーリエ変換を行うと、(3)式は次のように変形できる。

$$E_I^A = \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_i} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} S_i(U_{gi} - U_{pi}) e^{i\omega t} d\omega \right] \dot{u}_{gi} dt dz_i - \int_{-\infty}^{\infty} E_p I_p \left[ (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} U_{p2}''''(L_2, \omega) e^{i\omega t} d\omega \right] \dot{u}_{p2}(L_2) dt \quad (4)$$

ここで、 $U_{p2}''''(L_2, \omega)$ は $u_{p2}''''(L_2)$ のフーリエ変換を表す。(4)式の $\dot{u}_{gi}$ と $\dot{u}_{p2}(L_2)$ にフーリエ変換を適用し、(1)、(2)の伝達関数を用いると、(4)式は次のようになる。

$$E_I^A = -(1/2\pi) \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_i} \int_{-\infty}^{\infty} \{ (i\omega) S_i \{ H_{gi}(z_i, \omega) - H_{pi}(z_i, \omega) \} \cdot H_{gi}(z_i, -\omega) \} |A(\omega)|^2 dz_i d\omega + (E_p I_p / 2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} (i\omega) H_{p2}''''(L_2, \omega) H_{p2}(L_2, -\omega) |A(\omega)|^2 d\omega \quad (5)$$

(5)式を次のように表現する。

$$E_I^A = \int_{-\infty}^{\infty} F_A(\omega) |A(\omega)|^2 d\omega \quad (6)$$

$F_A(\omega)$ を構造物 杭 地盤連成系に対するエネルギー伝達関数と呼ぶことにする。

本節の定式化で注意すべき点は、負の振動数領域を含む領域で履歴減衰を扱う際に、減衰を含む虚部に振動数による符号  $\text{sgn}(\omega)$ を導入する必要があることである<sup>7)</sup>。

これまでに、1自由度系に対して地震入力エネルギーを振動数領域で表現する方法はいくつか提案されているが、多自由度系に対しては、著者らにより文献2,3)で初めて提示された。

#### 4 構造物への入力エネルギー

図2(c)のような自由体を考え、構造物下端で仮想的に切断した面に作用する力(上部慣性力の総和)が対応する変位に対して為す仕事を構造物への入力エネルギーと定義する。その入力エネルギーは、時間領域では次のように表現される。

$$E_I^S = \int_{-\infty}^{\infty} \{ \sum_{j=1}^2 m_j \ddot{u}_j \} \dot{u}_{p1}(0) dt \quad (7)$$

$A(\omega)$ に対する1,2層質点の変位 $u_1, u_2$ (フーリエ変換 $U_1(\omega), U_2(\omega)$ )の伝達関数を次式で定義する。

$$H_1(\omega) = U_1(\omega) / A(\omega), \quad H_2(\omega) = U_2(\omega) / A(\omega) \quad (8a, b)$$

これらの伝達関数は、文献6)で示した連立方程式を解くことにより求められる。1,2層質点の変位について逆フーリエ変換を行うと、(7)式は次のように変形できる。

$$E_I^S = \int_{-\infty}^{\infty} (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \{ \sum_{j=1}^2 m_j \ddot{U}_j \} e^{i\omega t} d\omega \dot{u}_{p1}(0) dt \quad (9)$$

(9)式の $\dot{u}_{p1}(0)$ にフーリエ変換を適用し、(8)の伝達関数を用いると、(9)式は次のようになる。

$$E_I^S = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} (i\omega)^3 \{ \sum_{j=1}^2 m_j H_j(\omega) \} H_{p1}(0, -\omega) |A(\omega)|^2 d\omega \quad (10)$$

(10)式を次のように表現する。

$$E_I^S = \int_{-\infty}^{\infty} F_S(\omega) |A(\omega)|^2 d\omega \quad (11)$$

$F_S(\omega)$ を構造物へのエネルギー伝達関数と呼ぶことにする。

#### 5 損傷限界レベル地震動と安全限界レベル地震動に対する入力エネルギー：数値例

ここでは、A地盤(軟弱地盤: Ground A) B地盤(硬質地盤: Ground B)の2種類の表層地盤モデルに対する数値例を示す。両地盤モデルのせん断波速度のprofileを図3に示す。地震動の入力レベルとしては、2000年改正の建築基準法に基づく損傷限界レベルと安全限界レベルを採用する。ここでは地盤特性は等価線形解析により評価するものとし、地盤のひずみレベル依存性としては、図4で示される特性を採用する。地盤の等価線形解析の際には、1次元重複反射理論による方法(所謂SHAKEと同様のプログラムを用いた方法)と、線形変位関数に基づく1次元有限要素法と複素固有値解析を用いた応答スペクトル法の両者を採用する。地盤のsub-layerの厚さは1mとする。1次元重複反射理論による方法では、2000年改正の建築基準法に基づく損傷限界レベルと安全限界レベルの設計用応答スペクトルに適合する地震波を作成し、それを用いている。また、後者の応答スペクトル法では、減衰は粘性減衰を用いて近似し、減衰行列を作成する際には剛性比例型の減衰行列を用いている。さらに、底面では粘性境界を用いている。

応答スペクトル法により評価された剛性を自由地盤の剛性およびWinkler型ばね剛性に用い、得られた減衰定数を自由地盤の履歴減衰定数およびWinkler型ばねに対応する減衰の履歴減衰部分に用いる。Winkler型ばねに対応する減衰では、履歴減衰以外に水平方向への逸散減衰が付加される<sup>4-6)</sup>。得られた剛性を用いた表層地盤の1次固有周期は、A地盤の損傷限界と安全限界でそれぞれ1.0, 1.6(s)、B地盤の損傷限界と安全限界でそれぞれ0.6, 1.2(s)である。

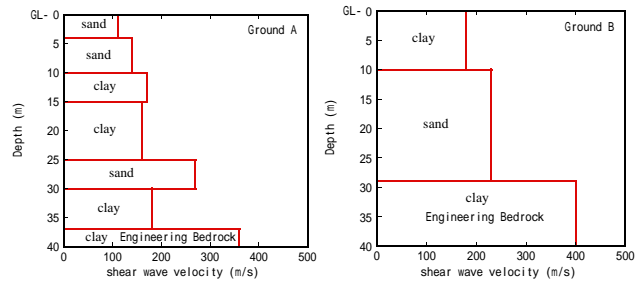


図3 A地盤(軟弱地盤)、B地盤(硬質地盤)のせん断波速度分布

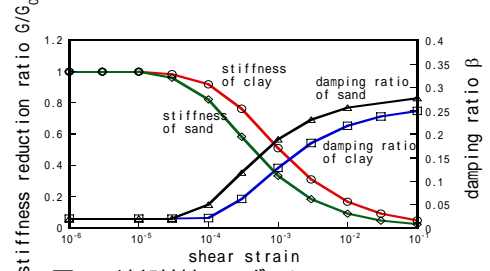
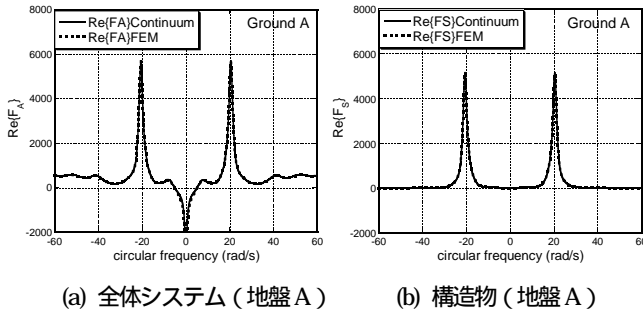
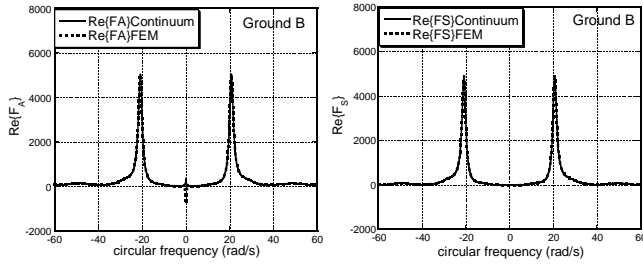


図4 地盤特性のひずみレベル



(a) 全体システム (地盤 A)

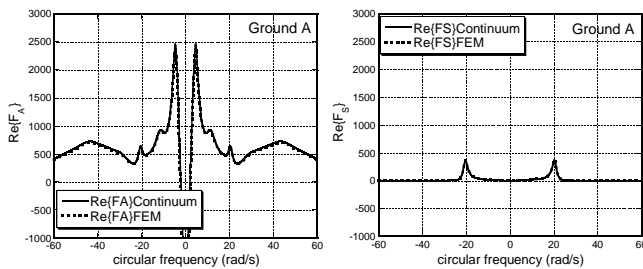
(b) 構造物 (地盤 A)



(c) 全体システム (地盤 B)

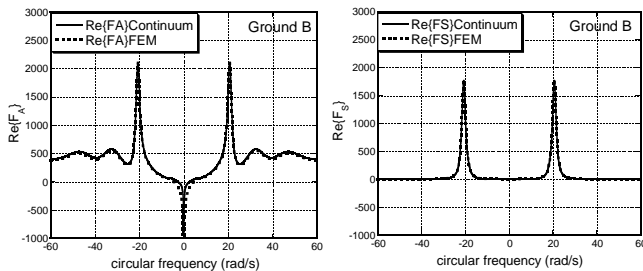
(d) 構造物 (地盤 B)

図5 全体システムと構造物へのエネルギー伝達関数の実部 (損傷限界レベル入力)



(a) 全体システム (地盤 A)

(b) 構造物 (地盤 A)



(c) 全体システム (地盤 B)

(d) 構造物 (地盤 B)

図6 全体システムと構造物へのエネルギー伝達関数の実部 (安全限界レベル入力)

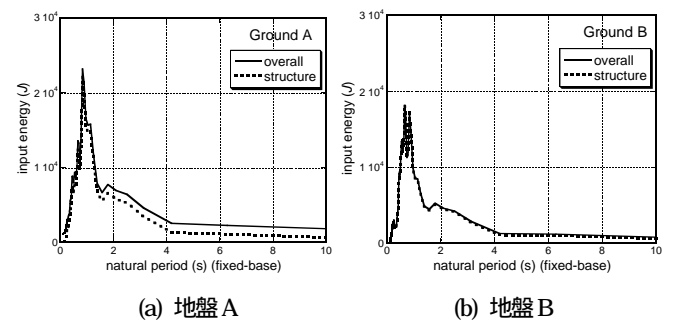
モデルの質量は、上部  $m_i = 10 \times 10^3 (kg) (i=1,2)$  , 基礎  $m_0 = 30 \times 10^3 (kg)$  であり、階高は  $h_i = 3.5 (m) (i=1,2)$  とする。地盤の密度とポアソン比は  $\rho = 1.6 \times 10^3 (kg/m^3)$  ,  $\nu = 0.45$  とする。上部構造の減衰は剛性比例型とし、減衰定数は基礎固定の1次固有振動に対して0.05とする。

図5の実線は、A地盤とB地盤に対する、損傷限界レベル地震動入力時の、(6), (11)式で定義されるエネルギー伝達関数

$F_A(\omega)$  ,  $F_S(\omega)$  の実部を表す。上部構造の基礎固定時の1次固有周期は0.3(s)である。図6の実線は、A地盤とB地盤に対する、安全限界レベル地震動入力時の、(6), (11)式で定義されるエネルギー伝達関数  $F_A(\omega), F_S(\omega)$  の実部を表す。虚部は振動数の奇関数となり、入力エネルギー評価には関係しないため、ここでは示していない。A地盤、B地盤とも、損傷限界レベルの入力については、上部構造の1次固有円振動数付近(約20rad/s)で大きな値を示すことがわかる。一方、安全限界レベルの入力については、軟弱なA地盤では、上部構造の1次固有振動数付近よりも表層地盤の1次固有振動数付近(約4rad/s)で大きな値を示すことがわかる。

2~4節で提案されている本手法の妥当性を検証するため、図5,6には、文献6)で示されている有限要素モデルを用いた方法による結果が破線で示してある。文献6)で示されている有限要素モデルを用いて(9), (10)式の伝達関数を求め、有限要素化を行う際と同様の変位関数を伝達関数の要素内変位補間に用いている。図5,6から、2~4節で提案されている本手法は、文献6)で示されている有限要素モデルによる方法とも極めて良好な対応を示し、十分な精度を有するといえる。

次に、El Centro NS (Imperial Valley 1940)による全体システムと構造物への地震入力エネルギーを、上部構造の基礎固定時の1次固有周期に対して描いた図を示す。ただし、損傷限界レベルで地震動の最大速度を10(cm/s), 50(cm/s)に設定している。損傷限界レベルに対する図を図7に示す。軟弱なA地盤では、全体系と構造物への地震入力エネルギーで差が見られるが、硬質なB地盤では極長周期域を除き、両者にはほとんど差が見られない。これは、軟弱なA地盤では、地盤が消費する(あるいは地盤を介して周辺へ逸散する)エネルギーが比較的大きいものに対して、硬質なB地盤では、そのようなエネルギーが小さいことを示している。



(a) 地盤 A

(b) 地盤 B

図7 上部構造の基礎固定時の1次固有周期に対して描いた El Centro NS (Imperial Valley 1940)による全体システムと構造物への地震入力エネルギー (損傷限界レベル入力)

図8には、損傷限界入力による全体システムへの地震入力エネルギー(実線)と、杭先端からの地震入力エネルギー(破線)を示す。A,B両地盤とも、杭先端からの地震入力エネルギーは、上部構造の1次固有周期に関係なくほぼ一定値をとることがわかる。また、上部構造の1次固有周期が0.5-1.5秒付近(A

地盤)および0.3-3秒付近(B地盤)では、全体システムへの地震入力エネルギーは杭先端からの地震入力エネルギーよりも大きく、地盤側方からの入力エネルギーが正の値をとることがわかる。一方、それ以外の上部構造物の1次固有周期の領域では、全体システムへの地震入力エネルギーは杭先端からの地震入力エネルギーよりも小さく、地盤側方からの入力エネルギーが負の値をとることがわかる。すなわち、地盤により消費される(あるいは水平方向に逸散する)エネルギーが増大することを意味している。

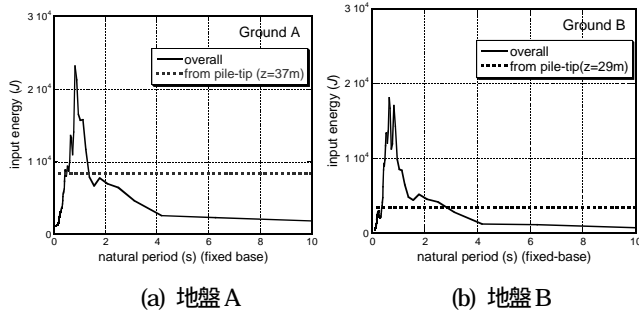


図8 上部構造物の基礎固定時の1次固有周期に対して描いたEl Centro NS (Imperial Valley 1940)による全体システムへの入力エネルギーと杭先端からの入力エネルギー(損傷限界レベル入力)

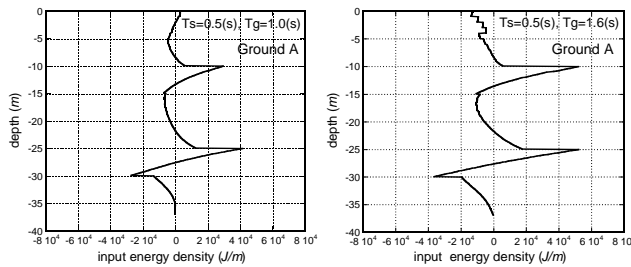


図9 地盤Aにおける地盤側方からの入力エネルギー密度の深さ方向分布(損傷限界レベル入力と安全限界レベル入力)

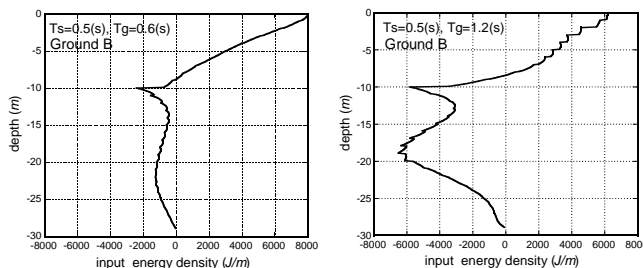


図10 地盤Bにおける地盤側方からの入力エネルギー密度の深さ方向分布(損傷限界レベル入力と安全限界レベル入力)

図9(a),(b)と図10(a),(b)には、地盤Aと地盤Bに対する、地盤側方からの入力エネルギー密度の深さ方向分布を、損傷限

界入力に対しては図(a)に、安全限界入力に対しては図(b)に示す。上部構造の基礎固定時の1次固有周期は0.5(s)である。深さに依存して、構造物杭地盤連成系にエネルギーが入力される部分と、構造物杭地盤連成系からエネルギーが出ていく部分が存在することがわかる。尚、図9と図10では横軸のスケールが異なることに注意が必要である。

## 6 結論

- (1) 構造物杭地盤連成系モデルが解放工学的基盤面水平加速度入力を受ける場合を取り上げ、地盤を含む全体システムと構造物の両者に入力される地震エネルギー(系に為す仕事)を振動数領域で評価する方法を提示した。
- (2) 本手法は振動数領域における定式化であるため、杭に対する地盤の抵抗を振動数に依存する動的Winkler型ばねで表現する場合や、自由地盤の応答を波動論を用いて表現する場合にも有効に利用できることを示した。
- (3) 振動数領域における方法では、エネルギー伝達関数(F関数)が定義できるため、地震波によらない一般的な特性を見出すことが比較的容易である。
- (4) 地中の側方から入力されるエネルギーは、地盤特性と深さに依存して、系に入力される場合と系から出て行く場合が存在することを明らかにした。
- (5) 損傷限界レベルと安全限界レベルの解放工学的基盤面入力を受ける軟弱地盤と硬質地盤の例について本手法を適用し、エネルギー伝達関数と全体系や構造物への入力エネルギーを有効に求めることができることを示した。
- (6) エネルギー伝達関数について、著者らが別途提案する有限要素モデル<sup>6)</sup>による結果との比較を行い、本論文で提案する方法は、有限要素モデルによる結果と良好な対応を示すことを明らかにした。

## 参考文献

- 1) 楊志勇, 秋山 宏: エネルギー授受に基づく相互作用の効果に対する評価, 日本建築学会構造系論文集, 第536号, pp.39-45, 2000.10.
- 2) 竹脇 出: スウェイ・ロッキングモデルに入力される地震エネルギーの限界値, 日本建築学会構造系論文集, 第576号, pp.71-78, 2004.2.
- 3) 竹脇 出: 多様な減衰分布を有する構造物に入力される地震エネルギーの限界値, 日本建築学会構造系論文集, 第572号, pp.65-72, 2003.10.
- 4) Gazetas, G., and Dobry, R.: Horizontal response of piles in layered soils, *J. Geotech. Eng. ASCE*, **110**(1), 20-40, 1984.
- 5) Kavvadas, M., and Gazetas, G.: Kinematic seismic response and bending of free-head piles in layered soil, *Geotechnique*, **43**(2), 207-222, 1993.
- 6) 竹脇 出, 土井明裕, 辻 聖晃, 上谷宏二: 動的Winklerばねモデルを用いた杭支持建築構造物の地震時剛性設計, 日本建築学会構造系論文集, 第571号, pp.45-52, 2003.9.
- 7) Inaudi, J.A., and Kelly, J.M.: Linear hysteretic damping and the Hilbert transform, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **121**(5), pp.626-632, 1995.